

2023 年中华人民共和国普通高等学校联合招收

华侨、港澳地区、台湾省学生入学考试题目

数学

一、选择题 (5\*12=60 分)

1、集合  $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ ,  $B = \{2k | k \in A\}$ , 则  $A \cap B =$  ( )

- (A)  $\{0\}$  (B)  $\{0, 2\}$  (C)  $\{-2, 0\}$  (D)  $\{-2, 0, 2\}$

2、已知  $(2+i)\bar{z} = 5+5i$ , 则  $|z| =$  ( )

- (A)  $\sqrt{5}$  (B)  $\sqrt{10}$  (C)  $5\sqrt{2}$  (D)  $5\sqrt{5}$

3、设向量  $\vec{a} = (2, x+1)$ ,  $\vec{b} = (x-2, -1)$ , 若  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , 则  $x =$  ( )

- (A) 5 (B) 2 (C) 1 (D) 0

4、不等式  $\frac{1}{x} > \frac{1}{x-1}$  的解集为 ( )

- (A)  $(-\infty, 0)$  (B)  $(1, +\infty)$  (C)  $(0, 1)$  (D)  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

5、抛物线  $C: y^2 = 2px$  过点  $(1, \sqrt{3})$ , 则  $C$  的焦点坐标为 ( )

- (A)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{12}, 0\right)$  (B)  $\left(\frac{\sqrt{3}}{6}, 0\right)$  (C)  $\left(\frac{3}{4}, 0\right)$  (D)  $\left(\frac{3}{2}, 0\right)$

6、长方体的对角线长为 1, 表面积为 1, 若该长方体有一面为正方形, 则该长方体的体积为 ( )

- (A)  $\frac{\sqrt{2}}{108}$  (B)  $\frac{\sqrt{2}}{27}$  (C)  $\frac{\sqrt{2}}{9}$  (D)  $\frac{\sqrt{2}}{6}$

7、已知函数  $f(x) = x^3 + ax^2 + x + b$  在  $x = 1$  处取得极小值 1, 则  $b =$  ( )

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

8、已知函数  $f(x) = \sin\left(2\pi x - \frac{\pi}{5}\right)$ , 则  $f(x)$  在 ( )

- (A) 区间  $\left(-\frac{3}{20}, \frac{7}{20}\right)$  上单调递增 (B) 区间  $\left(-\frac{1}{5}, \frac{3}{10}\right)$  上单调递增

- (C) 区间  $\left(\frac{3}{10}, \frac{4}{5}\right)$  上单调递减 (D) 区间  $\left(\frac{3}{20}, \frac{13}{20}\right)$  上单调递减

9、若  $\log_2(x^2 + 2x + 1) = 4$ ，且  $x > 0$ ，则  $x =$  ( )

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5

10、 $S_n$  为等差数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和， $S_9 = 81$ ， $a_2 = 3$ ，则  $a_{10} =$  ( )

- (A) 2 (B) 11 (C) 15 (D) 19

11、已知  $O$  为坐标原点，点  $P$  在圆  $C: (x-2)^2 + (y-3)^2 = 1$  上，直线  $OP$  与圆  $C$  相切，则  $|OP| =$  ( )

- (A) 1 (B)  $2\sqrt{3}$  (C)  $\sqrt{13}$  (D)  $\sqrt{14}$

12、在 2、3、5、6 中任取 2 个不同数字，其乘积能被 3 整除的概率是 ( )

- (A)  $\frac{1}{6}$  (B)  $\frac{1}{3}$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $\frac{5}{6}$

## 二、填空题 (5\*6=30 分)

13、曲线  $y = 2\ln x + x^2$  在  $(1,1)$  处切线方程为\_\_\_\_\_.

14、若双曲线  $C$  的焦点在  $x$  轴上，渐近线为  $y = \pm \frac{\sqrt{5}}{2}x$ ，则  $C$  的离心率为\_\_\_\_\_.

15、已知  $\sin 2\theta = -\frac{1}{3}$ ，若  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{3\pi}{4}$ ，则  $\tan \theta =$ \_\_\_\_\_.

16、已知函数  $f(x) = 2^x + 2^{-x}$ ，则  $f(x)$  在区间  $\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right]$  上的最大值为\_\_\_\_\_.

17、在  $\triangle ABC$  中， $A = 2B$ ， $BC = 6$ ， $AC = 4$ ，则  $\cos B =$ \_\_\_\_\_.

18、设  $f(x)$  是定义域为  $R$  的奇函数，且  $f(x+4) = f(x)$ ，若  $f(1) + f(2) + f(3) + f(4) + f(5) = 6$ ，则  $f(-3) =$ \_\_\_\_\_.

三、解答题 (15\*4=60 分)

19、在直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  中,  $AB = AC = 1$ ,  $AA_1 = \sqrt{2}$ ,  $\angle CAB = 120^\circ$ , 求

(1) 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的体积; (2) 直三棱柱  $ABC - A_1B_1C_1$  的表面积.

20、记  $S_n$  为等比数列  $\{a_n\}$  的前  $n$  项和, 已知  $S_3 = 21$ ,  $S_6 = 189$ .

(1) 求  $\{a_n\}$  的通项公式; (2) 令  $b_n = (-1)^n a_n$ , 求  $\{b_n\}$  的前  $n$  项和  $T_n$ .

21、盒中有4个球，分别标有数字1、1、2、3，从中随机取2个球.

(1) 求取到2个标有数字1的球的概率；

(2) 设  $X$  为取出的2个球上的数字之和，求随机变量  $X$  的分布列及数学期望.

22、已知椭圆  $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ( $a > b > 0$ ) 的离心率为  $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ，直线  $y = \frac{1}{2}$  交  $C$  于  $A$ 、 $B$  两点， $|AB| = 3\sqrt{3}$ .

(1) 求  $C$  的方程；

(2) 记  $C$  的左、右焦点分别为  $F_1$ 、 $F_2$ ，过  $F_1$  斜率为1的直线交  $C$  于  $G$ 、 $H$  两点，求  $\Delta F_2GH$  的周长.