

**2018 年中华人民共和国普通高等学校联合招收
华侨、港澳地区及台湾省学生入学考试
数 学 试 卷**

一、选择题：本大题共 12 小题；每小题 5 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

(1) 已知全集 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{1, 2, 6\}$, $B = \{2, 4, 5\}$, 则 $(C_U A) \cap B =$

- (A) $\{4, 5\}$ (B) $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ (C) $\{2, 4, 5\}$ (D) $\{3, 4, 5\}$

(2) 要得到 $y = \cos x$, 则要将 $y = \sin x$

- (A) 向左平移 π 个单位 (B) 向右平移 π 个单位
(C) 向左平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位 (D) 向右平移 $\frac{\pi}{2}$ 个单位

(3) 设 $z = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$, 则 $z^2 + z =$

- (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2

(4) 若函数 $f(x) = ax^2 + 1$ 图像上点 $(1, f(1))$ 处的切线平行于直线 $y = 2x + 1$, 则 $a =$

- (A) -1 (B) 0 (C) $\frac{1}{4}$ (D) 1

(5) 已知 α 为第二象限的角, 且 $\tan \alpha = -\frac{3}{4}$, 则 $\sin \alpha + \cos \alpha =$

- (A) $-\frac{7}{5}$ (B) $-\frac{3}{4}$ (C) $-\frac{1}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

(6) 已知 $a + b > 0$, 则

- (A) $2^a < \left(\frac{1}{2}\right)^b$ (B) $2^a > \left(\frac{1}{2}\right)^b$ (C) $2^a < 2^b$ (D) $2^a > 2^b$

(7) 甲、乙、丙、丁、戊站成一排, 甲不在两端的概率

- (A) $\frac{4}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{5}$ (D) $\frac{1}{5}$

(8) $f(x) = \ln(x^2 - 3x + 2)$ 的递增区间是

- (A) $(-\infty, 1)$ (B) $(1, \frac{3}{2})$ (C) $(\frac{3}{2}, +\infty)$ (D) $(2, +\infty)$

(9) 已知椭圆 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ 过点 $(-4, \frac{3}{5})$ 和 $(3, -\frac{4}{5})$, 则椭圆离心率 $e =$

- (A) $\frac{2\sqrt{6}}{5}$ (B) $\frac{\sqrt{6}}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) $\frac{2}{5}$

(10) 过抛物线 $y^2 = 2x$ 的焦点且与 x 轴垂直的直线与抛物线交于 M 、 N 两点, O 为坐标原点,

则 $\overline{OM} \cdot \overline{ON} =$

- (A) $\frac{3}{4}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $-\frac{1}{4}$ (D) $-\frac{3}{4}$

(11) 若四面体棱长都相等, 则相邻两侧面所成的二面角的余弦值为

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$

(12) 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $S_4 = 1$, $S_8 = 3$, 则 $a_9 + a_{10} + a_{11} + a_{12} =$

- (A) 8 (B) 6 (C) 4 (D) 2

二、填空题: 本大题共 6 小题; 每小题 5 分.

(13) 坐标原点关于直线 $x - y - 6 = 0$ 的对称点的坐标为_____.

(14) 已知三棱锥 $O-ABC$ 的体积为 1, A_1 、 B_1 、 C_1 分别为 OA 、 OB 、 OC 的中点, 则三棱锥

$O-A_1B_1C_1$ 的体积为_____.

(15) 多项式 $(1+x)^3 + (1+x)^4$ 中 x^2 的系数为_____. (用数字填写答案)

(16) 过点 $(2, -3, 1)$ 且与平面 $x - y + 3z - 5 = 0$ 和 $x + 2y - 3z = 0$ 都垂直的平面方程为

_____.

(17) 关于 x 的多项式 $x^3 + x^2 + ax + 1$ 被 $x+2$ 除的余式和被 $x-2$ 除的余式相等, 则 $a =$ _____.

- (18) 长方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$, $AB=AD=4$, $AA_1=8$, E 、 F 、 G 为 AB 、 A_1B_1 、 DD_1 的中点, H 为 A_1D_1 上一点, 则 $A_1H=1$, 求异面直线 FH 与 EG 所成角的余弦值_____.

三、解答题: 本大题共 4 小题; 每小题 15 分. 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤.

(19) (15 分) 在 $\triangle ABC$ 中, 角 A 、 B 、 C 对应边 a 、 b 、 c , 外接圆半径为 1, 已知 $2(\sin^2 A - \sin^2 C) = (a - b)\sin B$.

(1) 证明 $a^2 + b^2 - c^2 = ab$;

(2) 求角 C 和边 c .

(20) (15分) 已知数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , $a_1 = \sqrt{2}$, $a_n > 0$, $a_{n+1} \cdot (S_{n+1} + S_n) = 2$.

(1) 求 S_n ;

(2) 求 $\frac{1}{S_1 + S_2} + \frac{1}{S_2 + S_3} + \cdots + \frac{1}{S_n + S_{n+1}}$.

(21) (15分) 双曲线 $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{4} = 1$, F_1, F_2 为其左右焦点, C 是以 F_2 为圆心且过原点的圆.

(1) 求 C 的轨迹方程; (2) 动点 P 在 C 上运动, M 满足 $\overline{F_1M} = 2\overline{MP}$, 求 M 的轨迹方程.

(22) (15分) $x_1, x_2 \in \mathbf{R}$, $f(0) \neq 0$, 且 $f(2x_1) + f(2x_2) = f(x_1 + x_2) \cdot f(x_1 - x_2)$.

(1) 求 $f(0)$; (2) 求证 $f(x)$ 为偶函数; (3) 若 $f(\pi) = 0$, 求证 $f(x)$ 为周期函数.