

线性规划练习

1. “截距”型考题

在线性约束条件下, 求形如 $z = ax + by (a, b \in R)$ 的线性目标函数的最值问题, 通常转化为求直线在 y 轴上的截距的取值. 结合图形易知, 目标函数的最值一般在可行域的顶点处取得. **掌握此规律可以有效避免因画图太草而造成的视觉误差.**

1. 已知变量 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} y \leq 2 \\ x + y \geq 4 \\ x - y \leq 1 \end{cases}$$
, 则 $z = 3x + y$ 的最大值为()

- (A) 12 (B) 11 (C) 3 (D) -1

2. 设变量 x, y 满足
$$\begin{cases} x - y \leq 10 \\ 0 \leq x + y \leq 20 \\ 0 \leq y \leq 15 \end{cases}$$
, 则 $2x + 3y$ 的最大值为 ()

- A. 20 B. 35 C. 45 D. 55

3. 若 x, y 满足约束条件
$$\begin{cases} x - y + 1 \geq 0 \\ x + y - 3 \leq 0 \\ x + 3y - 3 \geq 0 \end{cases}$$
, 则 $z = 3x - y$ 的最小值为_____。

4. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \ln x, & x > 0 \\ -2x - 1, & x \leq 0 \end{cases}$, D 是由 x 轴和曲线 $y = f(x)$ 及该曲线在点 $(1, 0)$ 处的切线所围成的封

闭区域, 则 $z = x - 2y$ 在 D 上的最大值为_____。

5. 某农户计划种植黄瓜和韭菜, 种植面积不超过 50 亩, 投入资金不超过 54 万元, 假设种植黄瓜和韭菜的产量、成本和售价如下表

	年产量/亩	年种植成本/亩	每吨售价
黄瓜	4 吨	1.2 万元	0.55 万元
韭菜	6 吨	0.9 万元	0.3 万元

为使一年的种植总利润 (总利润 = 总销售收入 - 总种植成本) 最大, 那么黄瓜和韭菜的种植面积 (单位: 亩) 分别为 ()

- A. 50, 0 B. 30, 20 C. 20, 30 D. 0, 50

6. 某公司生产甲、乙两种桶装产品. 已知生产甲产品 1 桶需耗 A 原料 1 千克、B 原料 2 千克; 生产乙产品 1 桶需耗 A 原料 2 千克, B 原料 1 千克. 每桶甲产品的利润是 300 元, 每桶乙产品的利润是 400 元. 公司在生产这两种产品的计划中, 要求每天消耗 A、B 原料都不超过 12 千克. 通过合理安排生产计划, 从每天生产的甲、乙两种产品中, 公司共可获得的最大利润是 ()

A、1800 元 B、2400 元 C、2800 元 D、3100 元

7. 若 x, y 满足约束条件:
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 2y \geq 3 \\ 2x + y \leq 3 \end{cases}$$
; 则 $x - y$ 的取值范围为_____.

8. 若约束条件
$$\begin{cases} 2x + y \leq 4 \\ 4x - y \geq -1 \end{cases}$$
, 则目标函数 $z = 3x - y$ 的取值范围是 ()

A. $[-\frac{3}{2}, 6]$ B. $[-\frac{3}{2}, -1]$ C. $[-1, 6]$ D. $[-6, \frac{3}{2}]$

9. 设 x, y 满足约束条件:
$$\begin{cases} x, y \geq 0 \\ x - y \geq -1 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$$
; 则 $z = x - 2y$ 的取值范围为_____.

2. “距离”型考题

10. 设不等式组
$$\begin{cases} x \geq 1 \\ x - 2y + 3 \geq 0 \\ y \geq x \end{cases}$$
 所表示的平面区域是 Ω_1 , 平面区域是 Ω_2 与 Ω_1 关于直线 $3x - 4y - 9 = 0$ 对称, 对

于 Ω_1 中的任意一点 A 与 Ω_2 中的任意一点 B, $|AB|$ 的最小值等于()

A. $\frac{28}{5}$ B. 4 C. $\frac{12}{5}$ D. 2

11. 设不等式组
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 2, \\ 0 \leq y \leq 2 \end{cases}$$
, 表示平面区域为 D, 在区域 D 内随机取一个点, 则此点到坐标原点的距离大

于 2 的概率是 ()

A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi - 2}{2}$ C. $\frac{\pi}{6}$ D. $\frac{4 - \pi}{4}$

3. “斜率”型考题

12. 若实数 x, y 满足
$$\begin{cases} x - y + 1 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases}$$
, 则 $\frac{y}{x}$ 的取值范围是 ()

A. (0,1) B. (0,1] C. (1,+∞) D. [1,+∞)

13. 已知正数 a, b, c 满足: $5c - 3a \leq b \leq 4c - a, c \ln b \geq a + c \ln c$, 则 $\frac{b}{a}$ 的取值范围是_____.

4. “平面区域的面积”型考题

14. 设平面点集 $A = \left\{ (x, y) \mid (y - x)(y - \frac{1}{x}) \geq 0 \right\}, B = \left\{ (x, y) \mid (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \leq 1 \right\}$, 则 $A \cap B$ 所表示的平面图

形的面积为 ()

- A. $\frac{3}{4}\pi$ B. $\frac{3}{5}\pi$ C. $\frac{4}{7}\pi$ D. $\frac{\pi}{2}$

15. 在平面直角坐标系 xOy , 已知平面区域 $A = \{(x, y) | x + y \leq 1, \text{且 } x \geq 0, y \geq 0\}$, 则平面区域

$B = \{(x + y, x - y) | (x, y) \in A\}$ 的面积为 ()

- A. 2 B. 1 C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{1}{4}$

16. 若 A 为不等式组 $\begin{cases} x \leq 0 \\ y \geq 0 \\ y - x \leq 2 \end{cases}$ 表示的平面区域, 则当 a 从 -2 连续变化到 1 时, 动直线 $x + y = a$ 扫过 A 中

的那部分区域的面积为_____.

17. 若不等式组 $\begin{cases} x \geq 0 \\ x + 3y \geq 4 \\ 3x + y \leq 4 \end{cases}$ 所表示的平面区域被直线 $y = kx + \frac{4}{3}$ 分为面积相等的两部分,

则 k 的值是 ()

- (A) $\frac{7}{3}$ (B) $\frac{3}{7}$ (C) $\frac{4}{3}$ (D) $\frac{3}{4}$

18. 若 $a \geq 0, b \geq 0$, 且当 $\begin{cases} x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ x + y \leq 1 \end{cases}$ 时, 恒有 $ax + by \leq 1$, 则以 a, b 为坐标点 $P(a, b)$ 所形成的平面区域的

面积等于_____.

5. “求约束条件中的参数”型考题

规律方法: 当参数在线性规划问题的约束条件中时, 作可行域, 要注意应用“过定点的直线系”知识, 使直线“初步稳定”, 再结合题中的条件进行全方面分析才能准确获得答案.

19. 在平面直角坐标系中, 若不等式组 $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ x - 1 \leq 0 \\ ax - y + 1 \geq 0 \end{cases}$ (α 为常数) 所表示的平面区域内的面积等于 2,

则 a 的值为 ()

- A. -5 B. 1 C. 2 D. 3

20. 若直线 $y = 2^x$ 上存在点 (x, y) 满足约束条件 $\begin{cases} x + y - 3 \leq 0 \\ x - 2y - 3 \leq 0 \\ x \geq m \end{cases}$, 则实数 m 的最大值为 ()

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

21. 设二元一次不等式组 $\begin{cases} x+2y-19 \geq 0, \\ x-y+8 \geq 0, \\ 2x+y-14 \leq 0 \end{cases}$ 所表示的平面区域为 M , 使函数 $y = a^x (a > 0, a \neq 1)$ 的图象

过区域 M 的 a 的取值范围是 ()

- A. $[1, 3]$ B. $[2, \sqrt{10}]$ C. $[2, 9]$ D. $[\sqrt{10}, 9]$

22. 设不等式组 $\begin{cases} x+y-11 \geq 0 \\ 3x-y+3 \geq 0 \\ 5x-3y+9 \leq 0 \end{cases}$ 表示的平面区域为 D , 若指数函数 $y = a^x$ 的图像上存在区域 D 上的点,

则 a 的取值范围是 ()

- A $(1, 3]$ B $[2, 3]$ C $(1, 2]$ D $[3, +\infty]$

23. 设 m 为实数, 若 $\{(x, y) \mid \begin{cases} x-2y+5 \geq 0 \\ 3-x \geq 0 \\ mx+y \geq 0 \end{cases}\} \subseteq \{(x, y) \mid x^2+y^2 \leq 25\}$, 则 m 的取值范围是_____.

24. 若实数 x, y 满足不等式组 $\begin{cases} x+3y-3 \geq 0, \\ 2x-y-3 \leq 0, \\ x-my+1 \geq 0, \end{cases}$ 且 $x+y$ 的最大值为 9, 则实数 $m =$ ()

- A -2 B -1 C 1 D 2

6. “求目标函数中的参数”型考题

规律方法: 目标函数中含有参数时, 要根据问题的意义, 转化成“直线的斜率”、“点到直线的距离”等模型进行讨论与研究.

25. 若 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} x+y \geq 1 \\ x-y \geq -1 \\ 2x-y \leq 2 \end{cases}$, 目标函数 $z = ax+2y$ 仅在点 $(1, 0)$ 处取得最小值, 则 a 的取值

范围是 ()

- A. $(-1, 2)$ B. $(-4, 2)$ C. $(-4, 0]$ D. $(-2, 4)$

26. 设 $m > 1$, 在约束条件 $\begin{cases} y \geq x \\ y \leq mx \\ x+y \leq 1 \end{cases}$ 下, 目标函数 $z = x+my$ 的最大值小于 2, 则 m 的取值范围为 ()

- A. $(1, 1+\sqrt{2})$ B. $(1+\sqrt{2}, +\infty)$ C. $(1, 3)$ D. $(3, +\infty)$

7. 其它型考题

27. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 3x-y-6 \leq 0 \\ x-y+2 \geq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$, 若目标函数 $z = ax+by (a > 0, b > 0)$ 的值是最大值为 12, 则

$\frac{2}{a} + \frac{3}{b}$ 的最小值为 ()

- A. $\frac{25}{6}$ B. $\frac{8}{3}$ C. $\frac{11}{3}$ D. 4

28. 设 x, y 满足约束条件 $\begin{cases} 2x - y + 2 \geq 0 \\ 8x - y - 4 \leq 0 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$, 若目标函数 $z = ax + y (a > 0, b > 0)$ 的最大值为 8, 则 $a + b$ 的

最小值为_____ .